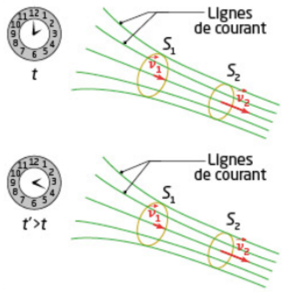
Loi de Bernouilli

Pour décrire l'écoulement d'un fluide incompressible, on le « découpe » en particules de fluide, systèmes fermés de dimensions mésoscopiques (échelle intermédiaire entre l'échelle macroscopique et l'échelle microscopique) de masse dm et de volume dV.
On peut alors appliquer à ces particules de fluide les lois de la mécanique, moyennant quelques approximations complémentaires.
On considère que le fluide est parfait, et son écoulement est permanent.

Soit un tube de courant de section assez faible pour que la pression P et la vitesse v du fluide soient considérées comme constantes en tous points d'une section S. L'écoulement étant en régime permanent, chacune des particules de fluide suit une trajectoire appelée ligne de courant.
En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à une particule de fluide entre deux instants t_1 et t_2, on peut écrire :



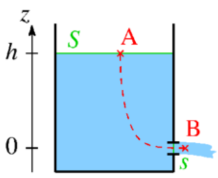
$$E_{c_2} - E_{c_1} = \sum W_{1\to 2}\left(\vec{F}\right) = W_{1\to 2}\left(\vec{P}\right) + W_{1\to 2}\left(\vec{F_p}\right)$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}\delta m {v_2}^2 - \frac{1}{2}\delta m {v_1}^2 = -\delta m g(z_2 - z_1) - (P_2 - P_1)\delta V$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}\frac{\delta m}{\delta V}{v_2}^2 - \frac{1}{2}\frac{\delta m}{\delta V}{v_1}^2 = -\frac{\delta m}{\delta V} g(z_2 - z_1) - (P_2 - P_1)$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho_{fluide}{v_2}^2 - \frac{1}{2}\rho_{fluide}{v_1}^2 = -\rho_{fluide} g(z_2 - z_1) - (P_2 - P_1)$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho_{fluide}{v_2}^2 + \rho_{fluide} g z_2 + P_2 = \frac{1}{2}\rho_{fluide}{v_1}^2 + \rho_{fluide} g z_1 + P_1$$

On a alors la loi de Bernoulli : Pour un fluide parfait incompressible en régime permanent, on a :

$$\boldsymbol{\frac{1}{2}\rho_{fluide}v^2 + \rho_{fluide}gz + P = cste}$$

Lorsque le fluide est statique (v = 0), on retrouve la loi fondamentale de la statique :

$$\boldsymbol{\rho_{fluide}gz + P = cste}$$



A pression constante en 2 points, on retrouve le théorème de Torricelli :

$$\boldsymbol{{v_B}^2 - {v_A}^2 = 2g(z_A - z_B)}$$

Entre 2 points de même altitude, on retrouve l'effet Venturi :

$$\boldsymbol{\frac{1}{2}\rho_{fluide}{v_1}^2 + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{fluide}{v_2}^2 + P_2}$$
$$\boldsymbol{v_1 < v_2 \Rightarrow P_1 > P_2}$$